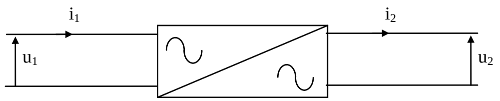
I FONCTION DU TRANSFORMATEUR :

Le transformateur est un convertisseur d'énergie réversible. Il transfert, en alternatif, une puissance électrique d'une source à une charge, sans changer la fréquence, mais *en adaptant la valeur de la tension (ou du courant)* au récepteur.



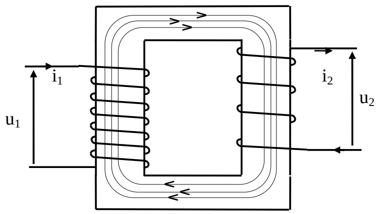
Remarque : si $\mathbf{U_1}$ et $\mathbf{U_2}$ sont les *valeurs efficaces* de u_1 et u_2 :

- Si $\mathbf{U_2 > U_1}$, le transformateur est élévateur de tension.
- Si $\mathbf{U_2 < U_1}$, le transformateur est abaisseur de tension.
- Si $\mathbf{U_2 = U_1}$, le transformateur assure l'isolement électrique (*isolation galvanique*) entre la source et le charge.

II PRESENTATION DU TRANSFORMATEUR :

1- **Description et symboles :**

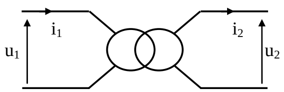
Le transformateur monophasé est constitué *d'un circuit magnétique fermé* sur lequel on a bobiné deux enroulements ***électriquement indépendants***.



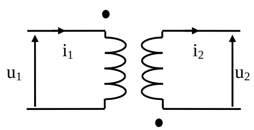
L'enroulement du primaire comporte N_1 spires et l'indice '$_1$' est affecté pour toutes les grandeurs du primaire.

L'enroulement du secondaire comporte N_2 spires. et l'indice '$_2$' est affecté pour toutes les grandeurs du secondaire.

Symbole :



OU



Conventions :On adopte ***la convention récepteur*** pour le circuit primaire (qui reçoit la puissance de la source).
la convention générateur pour le circuit secondaire.

Bornes homologues '●' sont des bornes par lesquelles les courants i_1 et i_2 entrent de manière à créer des flux qui s'additionnent.

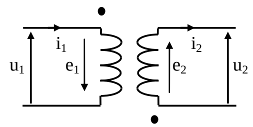
III MODELE EQUIVALENT DU TRANSFORMATEUR PARFAIT :

1- **Définition :**

Un transformateur est parfait lorsqu'il ne provoque aucune perte d'énergie ce qui implique les trois conditions suivantes :
- Il n'y a pas de pertes par effet Joule (la résistance R_1 et R_2 des enroulement est nulle).
- Il n'y a pas de pertes dans le circuit magnétique, donc ni hystérésis ni courants de Foucault.
- Il n'y a pas de fuites magnétique (toutes les lignes de champ sont canalisées dans le circuit magnétique).

2- **Propriétés du transformateur parfait :**

2.1- *Existence des f.e.m. induites :*



Rappel : Loi de ***FARADAY*** - f.e.m. induite.
Dans tout circuit électrique soumis à une variation de flux magnétique il se crée une f.e.m. induite qui a pour expression :

$$\boxed{\mathbf{e = -\frac{d\varphi}{dt}}}$$

La f.e.m. induite aux bornes de la bobine du primaire vaut : $\mathbf{e_1 = -N_1\frac{d\varphi}{dt}}$.

La f.e.m. induite aux bornes de la bobine du secondaire vaut : $\mathbf{e_2 = -N_2\frac{d\varphi}{dt}}$

On peut donc en déduire une relation qui lie e_1, e_2, N_1 et N_2 :

$$\frac{d\varphi}{dt} = -\frac{e_1}{N_1} \quad \text{et} \quad \frac{d\varphi}{dt} = -\frac{e_2}{N_2} \quad \text{soit} \quad -\frac{e_1}{N_1} = -\frac{e_2}{N_2} \quad \text{d'où}$$

$$\boxed{\mathbf{\frac{e_2}{e_1} = \frac{N_2}{N_1}}}$$

2.2- *Relation entre les tensions :*

Comme les grandeur u_1 et u_2 sont des grandeurs sinusoïdales, on note $\underline{U_1}$, $\underline{U_2}$, $\underline{E_1}$ et $\underline{E_2}$ les grandeurs complexes soit :

$\underline{U_1} = -\underline{E_1}$ et $\underline{U_2} = \underline{E_2}$ d'où $\boxed{\mathbf{\frac{\underline{U_2}}{\underline{U_1}} = -\frac{\underline{E_2}}{\underline{E_1}} = -\frac{N_2}{N_1} = -m}}$ avec **m** : rapport de transformation.

En utilisant les valeurs efficaces, on peut aussi écrire que $\boxed{\mathbf{m = \frac{U_2}{U_1}}}$.

2.3- *Relation entre les courants :*

Comme le circuit magnétique est supposé parfait, sa réluctance R est nulle donc si on applique le théorème d'Ampère qui est : $\sum \mathbf{N.I = \Re\Phi}$ d'où :

$$\mathbf{N_1.\underline{I_1} + N_2.\underline{I_2} = 0} \text{ soit}$$

$$\mathbf{\underline{I_1} = -\frac{N_2}{N1}.\underline{I2}} \quad \text{ou encore } \mathbf{\underline{I_1} = -m.\underline{I_2}}$$

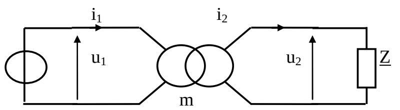
En utilisant les grandeurs efficaces, on a la relation : $\mathbf{I_1 = m.I_2}$

2.4- *Formule de **BOUCHEROT :***

Soient : S : l'aire de la section droite du circuit magnétique en m^2
N_1 : le nombre de spires de la bobine du primaire.
$\widehat{B}$: la valeur maximale du module du champ magnétique dans le circuit magnétique en Tesla (T)
f : la fréquence en Hertz (Hz).

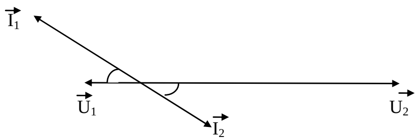
Connaissant ces quatre grandeurs, on peut en déduire E_1 : $\boxed{\mathbf{E_1 = 4{,}44\ S.N_1.\widehat{B}.f}}$.
de même que E_2 : $\boxed{\mathbf{E_2 = 4{,}44\ S.N_2.\widehat{B}.f}}$.

2.5- *Diagramme de FRESNEL :*



Lorsque l'on **branche une charge au secondaire d'un transformateur**, c'est celle - ci qui va **imposer le courant $\underline{I}_2$ et donc le courant $\underline{I}_1$ et aussi le déphasage φ.**

La charge va imposer ***un déphasage*** φ_2 entre les grandeurs $\underline{I}_2$ et $\underline{U}_2$ et en utilisant les relations suivantes : $\mathbf{\underline{I}_1 = -m.\underline{I}_2}$ et $\mathbf{\underline{U}_2 = -m\underline{U}_1}$ on obtient le diagramme de **FRESNEL :**



2.5- *Relation entre les puissances :*

- Puissance apparente : $\mathbf{S_1 = U_1.I_1 = \frac{U_2}{m}.mI_2 = U_2.I_2 = S_2}$
- Puissance active (avec $\varphi_1 = \varphi_2$) : $\mathbf{P_1 = U_1.I_1.\cos\varphi_1 = S_1.\cos\varphi_1 = S_2.\cos\varphi_2 = P_2}$
- Puissance réactive : $\mathbf{Q_1 = U_1.I_1.\sin\varphi_1 = S_1.\sin\varphi_1 = S_2.\sin\varphi_2 = Q_2}$
- En conclusion, il y a transfert de toutes les puissances du primaire vers le secondaire.

3- **Modèle équivalent vue de la source :**

Il s'agit de déterminer ce que ' voit ' le primaire d'un transformateur lorsque l'on branche une charge **Z** aux bornes du secondaire et de déterminer un modèle ne comportant plus que la source de tension $\underline{U}_1$ et l'impédance ramenée au primaire.

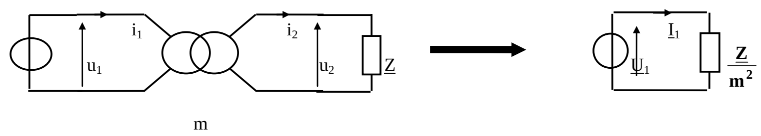
Pour cela, on va utiliser les relations déterminées précédemment :
$\mathbf{\underline{U}_2} = -\ \mathbf{m\underline{U}_1}$ (1)
$\mathbf{\underline{U}_2} = \mathbf{\underline{Z}.\underline{I}_2}$ (2)
$\mathbf{\underline{I}_1} = \mathbf{-m.\underline{I}_2}$ (3)

Relation (1)

De l'équation (2), on en déduit que $\mathbf{\underline{Z} = \frac{\underline{U}_2}{\underline{I}_2} = \frac{-m.\underline{U}_1}{-\frac{\underline{I}_1}{m}} = m^2.\frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_1}}$

Relation (3)

D'où le modèle équivalent vu du primaire :



4- **Intérêt du transformateur parfait :**

C'est un modèle très important et, dans la plupart des applications, le comportement du transformateur réel sera très proche de celui du transformateur parfait.

IV LE TRANSFORMATEUR REEL :

1- **Plaque signalétique du transformateur :**

Selon la norme NFC 15.100, elle indique :
- La valeur de la puissance apparente nominale : $S_N = S_1 = S_2$.
- La tension d'alimentation U_1 du primaire.
- La tension à vide du secondaire U_{2v}.
- La fréquence d'utilisation f.

Exemple : la plaque signalétique comporte les indications suivantes : 600 VA ; 220 V ; 24 V et 50 Hz.
Ces indications permettent de calculer :

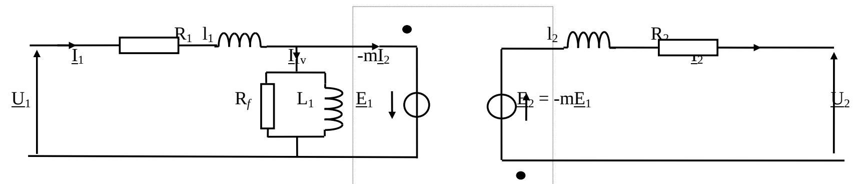
- le rapport de transformation $\mathbf{m = \frac{U_{2v}}{U_1} = \frac{24}{220} = 0{,}11}$.

- les grandeurs nominales des courants $\mathbf{I_{1N} = \frac{S_N}{U_1} = \frac{600}{220} 2{,}7A}$ et $\mathbf{I_{2N} = \frac{S_N}{U_{2v}} = \frac{600}{24} = 25A}$.

2- **Les différentes pertes du transformateur :**

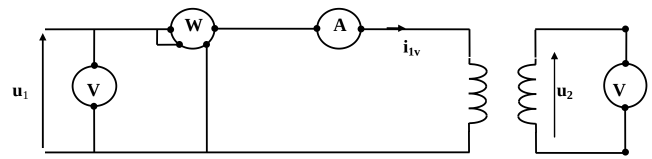
- Pertes par effet Joule ou pertes dans le cuivre dues à la résistance R_1 et R_2 des enroulements du primaire et du secondaire.
- Pertes magnétiques ou pertes dans le fer qui sont dues aux pertes par hystérésis et aux pertes dues aux courants de Foucault. Ces pertes dépendent de la fréquence f d'utilisation et de la valeur maximale du champ magnétique. Si la tension efficace au primaire est constante, les pertes dans le fer sont constantes. Elle ne dépendent pas du fonctionnement du transformateur.

3- **Modèle électrique du transformateur réel :**



Transformateur parfait

4- Essai à vide du transformateur réel :



Remarque : le courant i_{1v} n'étant pas sinusoïdal, il faut utiliser un ampèremètre TRMS.

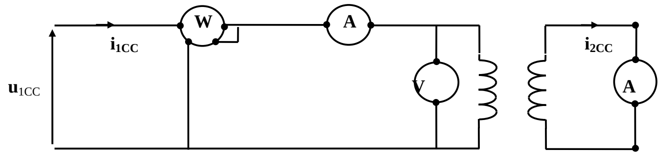
4.1- *Détermination du rapport de transformation m* : $\mathbf{m = \frac{U_{2v}}{U_1}}$

4.2- *L'essai à vide sous tension nominale U_{1N} permet de déterminer* ***les pertes dans le fer.***

$$\mathbf{P_{1v} = P_f + R_1.I_{1v}^2 \approx P_f}$$

4.3- Si la valeur efficace U_1 varie, on démontre que les pertes dans le fer sont proportionnelles au carré de U_1 soit : $\mathbf{P_f = k.U_1^2}$.

5- **Essai en court - circuit :**



Cet essai se fait ***sous tension au primaire réduite*** c'est - à - dire que l'on règle la tension u_1 jusqu'à ce la *valeur efficace du courant i_2 soit celui du courant I_{2N}*.

$$\mathbf{P_{1CC} = P_{fCC} + P_{jCC}}$$

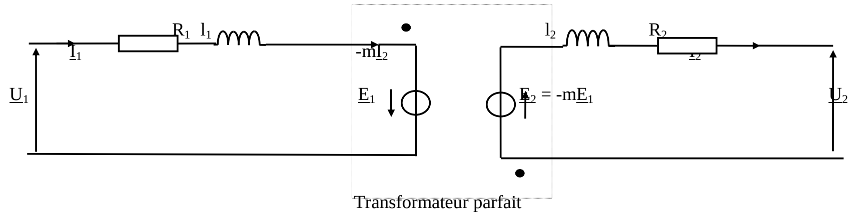
or cet essai se fait sous tension au primaire réduite donc les perte dans le fer sont négligeables ce qui signifie que les pertes qu'on mesure sont **les pertes par effet Joule** ou ***pertes dans le cuivre*** d'où :

$$\mathbf{P_{1CC} = Pj_{CC}}$$

IV MODELE EQUIVALENT DE THEVENIN :

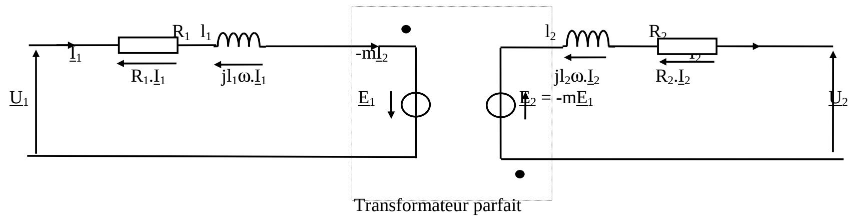
1- **Hypothèse de KAPP :**

L'hypothèse de KAPP consiste à négliger le courant à vide i_{1v} donc de considérer que le circuit magnétique est parfait ce qui donne un nouveau schéma électrique du transformateur :

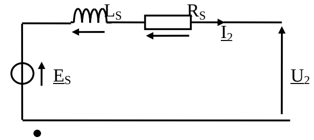


2- **Modèle équivalent de THEVENIN dans l'approximation de KAPP :**

Le modèle de Thévenin a pour but de transformer ce modèle : (Modèle n°1)



en celui - ci : (modèle n°2)



3- **Détermination des éléments du modèle de THEVENIN :**

A partir du modèle n°1 :

En appliquant la loi des mailles au primaire, on trouve :

$$\mathbf{\underline{E}_1 = -\underline{U}_1 + R_1.\underline{I}_1 + jl_1\omega.\underline{I}_1}$$

On multiplie les deux membres de cette égalité par le rapport de transformation (- m):

$$\mathbf{-m\underline{E}_1 = m\underline{U}_1 - mR_1.\underline{I}_1 - jl_1\omega m.\underline{I}_1}$$

On remplace $\underline{I}_1$ par $\underline{I}_1$ = - m.$\underline{I}_2$: soit

$$\mathbf{-m\underline{E}_1 = m\underline{U}_1 + m^2R_1.\underline{I}_2 + jl_1\omega m^2.\underline{I}_2} \quad (A)$$

Maintenant, on applique la loi des mailles au secondaire :

$$\mathbf{\underline{E}_2 = \underline{U}_2 + R_2.\underline{I}_2 + jl_2\omega.\underline{I}_2} \quad (B)$$

Ajoutons membre à membre les équations (A) et (B) :

$$\mathbf{-m\underline{E}_1 + \underline{E}_2 = m\underline{U}_1 + \underline{U}_2 + (m^2R_1 + R_2).\underline{I}_2 + j\omega(m^2l_1 + l_2).\underline{I}_2} \quad (C)$$

En utilisant les relations suivantes :

$$\underline{E}_2 = m\underline{E}_1 \quad \text{et} \quad \underline{U}_{2v} = -m\underline{U}_1$$

l'équation (C) devient :

$$0 = -\underline{U}_{2v} + \underline{U}_2 + (m^2R_1 + R_2).\underline{I}_2 + j\omega(m^2l_1 + l_2).\underline{I}_2 \quad (C)$$

En posant :

$$m^2R_1 + R_2 = R_S \ ; \ m^2l_1 + l_2 = L_S \ \text{et} \ X_S = L_S\omega$$

l'équation (C) devient :

$$\boxed{\underline{U}_{2v} = \underline{U}_2 + R_S.\underline{I}_2 + jX_S.\underline{I}_2}$$

En identifiant cette équation avec celle du modèle de Thévenin, on obtient :

$$\boxed{\underline{E}_S = \underline{U}_{2v}}$$

$$\boxed{\underline{Z}_S = R_S + jX_S}$$

4- **Détermination expérimentale des éléments du modèle de Thévenin :**

- La f.e.m. E_v lors de l'essai à vide lorsque le primaire est sous tension U_1.

$$E_{2v} = mU_1$$

- Le module de l'impédance $\underline{Z}_S$ est déterminé lors de l'essai en court - circuit :

$$\boxed{Z_S = m^2 \frac{U_{1CC}}{I_{1CC}}}$$

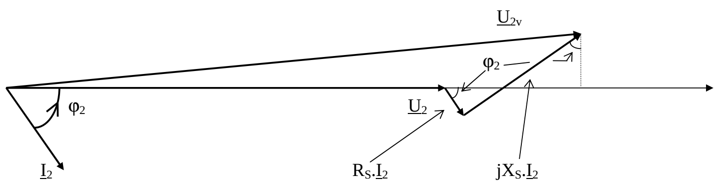
$$\boxed{R_S = \frac{P_{1CC}}{I_{2CC}^2} = m^2 \frac{P_{1CC}}{I_{1CC}^2}}$$

$$\boxed{X_S = \sqrt{Z_S^2 - R_S^2}}$$

5- **Diagramme de KAPP :**

Lorsque l'on branche une charge au secondaire d'un transformateur, celle - ci va alors un déphasage $\varphi(\underline{I}_2,\underline{U}_2)$.
En utilisant la relation établit précédemment :

$$\underline{U}_{2v} = \underline{U}_2 + R_S.\underline{I}_2 + jX_S.\underline{I}_2$$



On peut, à partir de ce diagramme déterminer la chute de tension $\Delta U_2 = U_2v - U_2$ soit

$$\boxed{\Delta U_2 = R_S.I_2\cos\varphi_2 + X_S.I_2\sin\varphi_2}$$

6- **Rendement du transformateur :**

$$\boxed{\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + P_f + P_J}}$$

7- **Rôle des transformateurs dans la distribution de l'énergie électrique :**

Dans les centrales, on produit l'énergie électrique en moyenne tension (de 15 kV à 20 kV). Pour limiter les pertes dans les fils de ligne, le transport s'effectue en haute et très haute tension (jusqu'à 400 kV).

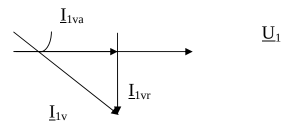
Les transformateurs permettent d'effectuer les adaptations de tensions nécessaires à la distribution de l'énergie électrique avec un très bon rendement, supérieur à 99%.

V EXERCICE RESOLU :

L'étude d'un transformateur monophasé 1500 V, 225 V, 50 Hz de puissance apparente S = 44 kVA, a donné les résultats suivants :

- Essai en continu au primaire : U_1 = 2,5 V ; I_1 = 10 A.
- Essai à vide : U_1 = 1500 V ; I_{1v} = 2 A ; U_{2v} = 225 V ; P_{1v} = 300 W.
- Essai en court - circuit : U_{1CC} = 22,5 V ; I_{1CC} = 22,5 A ; P_{1CC} = 225 W.

1- *Déterminer le rapport de transformation* : $m = \frac{U_{2v}}{U1} = \frac{225}{1500} = 0,15$.



2-

2.1- *Calculer la composante active lors de l'essai à vide :*

Lors de l'essai à vide, le courant I_{1v} est déphasé par rapport à U_1 :

On remarque que $\underline{U}_1$ et $\underline{I}_{1va}$ sont en phase donc $P_{1v} = U_1.I_{1va}$ d'où

$$\boxed{I_{1va} = \frac{P_{1v}}{U_1} = \frac{300}{1500} = 0,2A}$$

2.2- *Vérifier que l'on peut négliger les pertes par effet Joule lors de l'essai à vide :*

Lorsqu'on mesure la puissance à vide, on mesure :

$$P_{1v} = P_f + R_1.I_{1v}^2$$

On calcule R_1 en utilisant l'essai en continu au primaire :

$$U_1 = R_1.I_1 \text{ soit :}$$

$$\boxed{R_1 = \frac{U_1}{I_1} = \frac{2,5}{10} = 0,25\Omega}$$

d'où les pertes par effet Joule à vide :

$$P_{Jv} = R_1.I_{1v}^2 = 0,25 \times 2^2 = 1W$$

d'où maintenant :

$$\boxed{P_f = P_{1v} - P_{Jv} = 300 - 1 = 299W}$$

ce qui montre bien que ***<u>les pertes par effet Joule lors de l'essai à vide sont négligeables.</u>***

2.3- *Montrer que les pertes dans le fer sont négligeables dans l'essai en court - circuit, en admettant qu'elles sont proportionnelles au carré de la tension primaire.*

En admettant que les pertes fer sont proportionnelles au carré de la tension primaire, on peut écrire :

$$\mathbf{P_f = k.U_1^2}$$

On détermine la constante k en utilisant l'essai à vide :

$$\mathbf{k = \frac{P_f}{U_1^2} = \frac{300}{1500^2} = 1{,}33.10^{-4}}$$

On peut ainsi calculer les pertes dans le fer lorsque la tension du primaire vaut 22,5 V (essai en court - circuit) :

$$\boxed{\mathbf{P_{fcc} = k.U_{1CC} = 1{,}33.10^{-4} \times 22{,}5 = 3mW}}$$

La puissance mesurée lors de l'essai en court - circuit correspond à :

$$\mathbf{P_{1CC} = P_{JCC} + P_{fCC}}$$

soit :

$$\boxed{\mathbf{P_{JCC} = P_{1CC} - P_{fCC} = 225 - 3.10^{-3} = 224{,}997W}}$$

ce qui montre bien que ***les pertes dans de fer lors de l'essai en court - circuit sont négligeables.***

3- *Calculer les éléments R_S et X_S des enroulements ramenés au secondaire.*

$$\boxed{\mathbf{R_S = m^2\frac{P_{1CC}}{I_{1CC}^2} = 0{,}15^2.\frac{225}{22{,}5^2} = 10m\Omega}}$$

$$\mathbf{Z_S = m^2.\frac{U_{1CC}}{I_{1CC}} = 0{,}15^2 \times \frac{22{,}5}{22{,}5} = 22{,}5m\Omega}$$

d'où

$$\boxed{\mathbf{X_S = \sqrt{Z_S^2 - R_S^2} = \sqrt{22{,}5.10^{-3^2} - 10.10^{-3^2}} = 20{,}15m\Omega}}$$

4- *Le transformateur alimenté au primaire sous une tension U_1 = 1500 V débite un courant constant d'intensité I = 200 A, quelle que soit la charge.*

4.1- *Déterminer la valeur de φ_2, déphasage entre courant et tension secondaire, pour que la chute de tension soit nulle.*

$$\mathbf{\Delta U_2 = R_S.I_2.\cos\varphi_2 + X_S.I_2.\sin\varphi_2 = 0}$$

soit :

$$\mathbf{R_S.I_2.\cos\varphi_2 = -X_S.I_2.\sin\varphi_2}$$

ce qui fait :

$$\mathbf{\frac{\sin\varphi_2}{\cos\varphi_2} = \tan\varphi_2 = -\frac{X_S}{R_S} = -\frac{20{,}15.10^{-3}}{10.10^{-3}} = 2{,}01}$$

d'où

$$\boxed{\mathbf{\varphi_2 = -\arctan(2{,}01) = -63{,}6°}}$$

<u>Ce qui correspond à une charge globalement capacitive.</u>

4.2- *Calculer la chute de tension relative pour cos φ_2 = 0,8 (inductif)*

$$\mathbf{\Delta U_2 = R_S.I_2.\cos\varphi_2 + X_S.I_2.\sin\varphi_2}$$

soit :

$$\boxed{\mathbf{\Delta U_2 = (10.10^{-3} \times 200 \times 0{,}8) + (20{,}15.10^{-3} \times 200 \times 0{,}6) = 4V}}$$

5- *Déterminer le rendement du transformateur quand il débite 200 A avec un facteur de puissance cos φ_2 = 0,8 (charge inductive), le primaire étant alimenté sous 1500 V.*

$$\boxed{\mathbf{\eta = \frac{P_2}{P_2 + P_f + P_J} = \frac{U_2.I_2.\cos\varphi_2}{U_2.I_2.\cos\varphi_2 + P_f + R_S.I_2^2}}}$$

Pour déterminer la tension U_2, on utilise la relation

$$\mathbf{\Delta U_2 = U_{2v} - U_2 \Leftrightarrow U_2 = U_{2v} - \Delta U_2 = 225 - 4 = 221V}$$

d'où :

$$\boxed{\mathbf{\eta = \frac{221 \times 200 \times 0{,}8}{221 \times 200 \times 0{,}8 + 300 + 10.10^{-3} \times 200^2} = 0{,}98}}$$

Le rendement de ce transformateur est de 98 %.